Classe de première ES

Exercices de Mathématiques

Exercices de base

1 Donner le coefficient multiplicateur associé aux cas suivants :

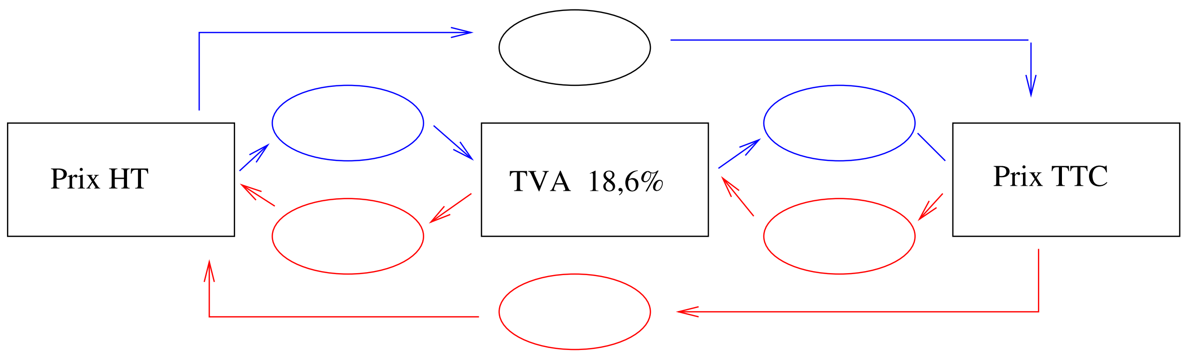
- 34% d'un prix.
- On augmente un prix de 18%.
- On baisse un prix de 24%.

2 Le montant de la TVA est de 18,6 %

a) Un article coûte 820 euros HT. Quel est son prix TTC ?

b) Un article coûte 628,58 euros TTC. Quel est son prix HT ?

c) Complétez le schéma suivant :



d) Sachant que le montant de la TVA est de 71,61 euros, calculer le prix HT et le prix TTC de l'article.

3 a) Un capital de 8000 euros est placé durant 3 ans au taux annuel de 4,25% à intérêts composés.

Calculer ce que devient ce capital au bout de 3 ans.

b) Un capital C est placé durant 3 ans au taux annuel de 4% à intérêts composés.

Sachant qu'au bout de ces trois années, on retire la somme de 22 050 euros, quel est le montant du capital initial ?

c) Un capital de 20 000 euros est placé à intérêts composés, durant deux ans, on retire alors la somme de 22 050 euros.

Quel est le montant du taux d'intérêt ?

4 Au 31 décembre 1990, le taux de TVA était de 20,5%. Au 1 janvier 1991, il est passé à 18,6%.

Un objet coûtait 6302,15F TTC au 31 décembre 1990. Calculer l'économie réalisée par un acheteur qui a attendu le 2 janvier pour acquérir cet objet.

5 Un objet coûtait 180 euros. Il est augmenté de 5%.

Le mois suivants, pour les soldes, il bénéficie d'un rabais. Il coûte alors 151,2 euros.

Quel est le pourcentage de rabais ?

6 Le tableau ci-dessous donne les prix en euros d'un objet de 1998 à 2002.

Année	1998	1999	2000	2001	2002
Prix	25,5	27	27,2	27,4	29
% d'évolution					
Indice base 1998					
Indice base 2000					

a) Calculer les pourcentages d'évolution.

b) Calculer les indices des prix, d'abord en choisissant l'année de référence 1998, puis l'année de référence 2000.

Exercices d'approfondissement

7 En 2000, la TVA sur les travaux est passée de 19,6% à 5,5%.

Pour la construction d'un mur, M. Machin avait un devis de 2400 euros.

Combien devra-t-il payer maintenant compte tenu de la baisse de TVA ? (On arrondira le résultat à l'euro près).

8 Rappel : $I_{b/a}$ désigne l'indice de l'année b avec pour base l'année a.

$$I_{a/b} = \frac{10000}{I_{b/a}}$$
$$I_{a/b} = (I_{a/c} \times I_{c/b}) : 100$$

Compléter le tableau suivant :

Année	1998	1999	2000	2001	2002
Indice base 1998	100	103	106	111	117
Indice base 2002					
% d'évolution					
Prix			2200		

9 Une lessive est vendue habituellement, dans les magasins A et B par barils de 5 kg, au prix de 12 euros le baril.

1°) Cette lessive est en promotion dans ces deux magasins.

a) Dans le magasin A, on fait une réduction de 10% sur le prix du baril. Dans le magasin B, on offre 10% de produit gratuit en plus pour l'achat d'un baril.

Déterminer où il est plus avantageux d'acheter cette lessive.

2°) Même question si, dans le magasin A, on fait une réduction de 20% et dans le magasin B, on offre 25% de produit gratuit en plus.

10 Pour engager de stagiaires, une entreprise organise des tests de sélection.

Parmi les candidats qui se présentent aux épreuves, il y a 60% de garçons. Après avoir pris conaissance des résultats, l'entreprise engage 70% des garçons candidats et 80% des filles candidates.

a) Quel est le pourcentage de garçons retenus parmi l'ensemble des candidats ?

b) Quel est le pourcentage de filles retenus parmi l'ensemble des candidats ?

11 Une banque propose un placement à 3,5%. La publicité affirme : votre capital double en 20 ans. Qu'en pensez-vous ? Justifiez.

12 Dans une ville, il y a un lycée polyvalent et un lycée technique.

Le lycée polyvalent compte 62% de filles parmi les élèves alors que le lycée technique en compte seulement 34%.

Pourtant il y a le même nombre de filles dans les deux lycées.

Peut-on dire quel lycée a le plus d'élèves ? Justifiez.

Devoir n°1

I Compléter le tableau :

année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
P.I.B indice	1195 100	1201	1322	1250	1331	1535	1554	1406	1447	1432
variation										

Calculer le pourcentage d'évolution du PIB par rapport à celui de l'année 1990 pour les années 1991, 1992 et 1993.

Calculer le pourcentage d'évolution du PIB de l'année 1993 par rapport à celui de l'année 1992.

II L'entreprise Nostrada SA vend des pierres philosophales.

Le tableau ci-dessous donne (en milliers d'euros) l'évolution de son chiffre d'affaire :

1998	1999	2000	2001
12512	19789	25043	23015

Construire le tableau d'indice correspondant au chiffre d'affaires de l'entreprise de 1998 à 2002 (base 100 en 1998).

Quel est le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires entre 1998 et 1999 ?

Quel est le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires entre 1998 et 2001 ?

Quel est le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires entre 2000 et 2001 ?

Bac Amérique du Nord 1998

Le tableau suivant donne le montant des cotisations qu'ont eu à payer en 1997 les adhérents à une médiathèque, selon la catégorie à laquelle ils appartiennent :

Adhérents	Catégories	Cotisation
Résidents	catégorie A : scolaires	gratuit
	catégorie B : étudiants	60 F
	catégorie C : autres	100 F
Non résidents	catégorie D	140 F

La recette totale de la médiathèque se compose :

• d'une subvention municipale.
• des cotisations des adhérents.

En 1997

• la subvention municipale a été de 200 000 F.
• il y a eu au total 5 000 adhérents, dont 72% de résidents.
• parmi les résidents, 45% appartiennent à la catégorie A et 30% à la catégorie B.

a) Combien y a-t-il eu d'adhérents dans chaque catégorie ?

b) Quelle a été la recette totale ?

En 1998 :

• pour équilibrer le budget, la recette totale doit augmenter de 10%
• la subvention municipale est augmentée de 3%.

a) Montrer que pour équilibrer le budget, la part de la recette totale provenant des cotisations en 1998 doit être égale à 399 880 F.

b) Le nombre d'adhérents augmente en 1998 de 10% dans chaque catégorie.

On modifie uniquement les cotisations des catégories C et D ;la cotisation de la catégorie C passe à 105 F.

Calculer, à 10 F près par excès, la cotisation minimale de la catégorie D pour que la part de la recette provenant des cotisations en 1998 soit au moins de 399 880F.

c) Calculer dans ces conditions les pourcentages d'augmentation des cotisations des catégories C et D entre 1997 et 1998.

1 On a mesuré les tailles d'un groupe de 32 enfants.

Taille en cm x_i	nb d'enfants y_i	effectifs cumulés croissants	Effectifs cumulés décroissants	Fréquences	x_iy_i
[120 ;124[	1				
[124 ;128[	7				
[128 ;132[	12				
[132 ;136[	9				
[136 ;140[	3				
Total					

1°) Indiquer ce que sont le caractère et l'effectif de cette série statistique. Le caractère est-il qualitatif ou quantitatif ? Est-il discret ou continue ? Quelle est l'étendue ?

2°) Calculer les effectifs cumulés croissants.

3°) Calculer les effectifs cumulés décroissants.

4°) Calculer les fréquences en pourcentage.

5°) A quelle classe appartient le mode ?

6°) A quelle classe appartient la médiane ?

7°) Calculer la moyenne.

8°) Tracer l'histogramme.

9°) Tracer les courbes des effectifs croissants et des effectifs décroissants. Lire la valeur de la médiane.

2 Dans un groupe de personne, 8 possèdent une voiture de marque Renault, 7 ont une voiture de marque Citroën et 5 possèdent une voiture de marque Peugeot.

Tracer le diagramme circulaire de cette série statistique.

3 Tracer l'histogramme de la série statistique suivante :

[0 ;4]	[4 ;6]	[6 ;7]	[7 ;8]	[8 ;10]	[10 ;14]	[14 ;20]
2	10	9	8	20	6	3

4 Dans le lycée Molière, le proviseur affiche les résultats obtenus au Bac.

série	nombre de candidats	taux de réussite
L	132	75 %
ES	160	85 %
S	125	80 %

1. Calculer le nombre de reçus dans chaque série.

2. a) En voyant les résultats affichés, Sébastien affirme que le taux de réussite global est de 80 %, Thomas lui dit que non.

Qui a raison ? Justifier par un calcul de moyenne.

b) Retrouver le taux de réussite au Bac dans ce lycée à l'aide du nombre total de reçus.

5 Le coucou est un oiseau qui fait couver ses oeufs par des oiseaux d'autres espèces de tailles très différentes. Une étude a été faite sur des oeufs déposés dans des nids de petite taille (nids de roitelets) ou de grande taille (nids de fauvettes). Le tableau suivant donne en mm le diamètre des oeufs.

nids de roitelets	19,8	22,1	21,5	20,9	22	22,3	21	20,3	20,9	22	20,8	21,2	21
nids de fauvettes	22	23,9	20,9	23,8	25	24	23,8	21,7	22,8	23,1	23,5	23	23,1

1. Donner pour chacune des deux séries la moyenne, la médiane et l'étendue.

2. Regrouper les valeurs des deux séries en classes. Prendre [19 ; 20[, [20 ; 21[, [21 ; 22[, [22 ; 23[pour la première série ; [20 ; 21[, [21 ; 22[, [22 ; 23[, [23 ; 24[, [24 ; 25] pour la deuxième.

3. Représenter sur un même graphique les histogrammes donnant la distribution des fréquences en utilisant deux couleurs différentes.

4. Au vu de ces résultats, quelle hypothèse peut formuler le biologiste concernant l'existence d'un lien entre la taille des nids et celle des oeufs déposés ?

6 La capacité vitale est le volume d'air maximal pouvant être mobilisé en une seule inspiration.

Sur un échantillon de 17 personnes, on a mesuré la capacité vitale (en litres). Voici la liste des résultats :

4,15 - 4,48 - 5,24 - 4,8 - 4,95 - 4,05 - 4,3 - 4,7 - 5,51 - 4,58 - 4,12 - 5,7 - 4,85 - 5,05 - 4,65 - 4,7 - 4,28.

1. Déterminer l'étendue et la moyenne de cette série. Arrondir la moyenne au centilitre près.(Pour la moyenne, on utilisera la calculatrice sans explication.)

2. En expliquant la méthode utilisée, déterminer la médiane de cette série.

3. On décide de regrouper les valeurs de la série par classes.

Compléter le tableau suivant :

capacité vitale (en litres)	[4 ; 4,5[	[4,5 ; 5[	[5 ; 5,5[	[5,5 ; 6[
effectifs				
effectifs cumulés croissants				

4. a) A l'aide de cette répartition par classes, déterminer la moyenne des valeurs.

b) On admet que dans chaque classe, la répartition est uniforme.

Tracer alors la courbe des effectifs cumulés.

En déduire graphiquement le médiane de ces valeurs.

Calcul de moyennes

7 1. Après six contrôles, un élève obtient 12 de moyenne, puis 15 au septième contrôle.

Tous les contrôles ont le même coefficient. Quelle est la nouvelle moyenne ?

2. On doit déterminer la moyenne de 560 nombres. A la calculatrice, on trouve 115 comme moyenne. Mais on s'aperçoit que l'on a oublié d'entrer l'un des nombres, à savoir 171.

Expliquer comment on peut réparer cette étourderie sans recalculer la moyenne des 560 nombres.

Quelle est la moyenne des 561 nombres ?

8 Dans un lycée, il y a quatre classes de seconde contenant respectivement 30, 32, 28 et 27 élèves.

Les moyennes des notes d'Education physique de ces classes sont respectivement 12, 11, 13 et 14.

Quelle est la moyenne des notes d'Education physique pour l'ensemble des quatre classes de seconde du lycée.

9 La moyenne de cinq notes d'un élève est 12. Les quatre premières notes sont 13, 10, 8 et 15.

Quelle est la cinquième ?

10 On note m la moyenne de n nombres a_1, a_2, ...,a_n.

1°) On transforme chaque a_i de la manière suivante : on lui ajoute 1 et on multiplie le résultat obtenu par 2.

Quelle est la moyenne de cette nouvelle série de nombres ?
2°) On transforme chaque a_i de la manière suivante : on le multiplie par 2 et on ajoute 1 au résultat obtenu.

Quelle est la moyenne de cette nouvelle série de nombres ?

11 Dans une classe, il y a 20 filles et 15 garçons.

La moyenne des tailles des élèves est de 1,7 m.

La moyenne des tailles des garçons est de 1,8 m.

Quelle est la taille moyenne des filles de cette classe ?

12 Justine a 9,8 de moyenne sur les quatre contrôles du trimestre.

Mais le professeur, après s'être aperçu de son erreur dans la correction du dernier contrôle, l'a noté sur 15 et non 11.

Quelle est la moyenne corrigée de Justine ?

13 Après quatre contrôles de mathématiques, Virginie a 12 de moyenne et Elodie a 10,5.

a) Virginie obtient 10 au 5^{ieme} contrôle et Elodie 15. Calculer leurs moyennes après cinq contrôles.

b) Au 6^{ieme}contrôle, Virginie a eu 13.
Déterminer la note x d'Elodie au 6^{ieme} contrôle sachant qu'elle a atteint la même moyenne que Virginie après six contrôles.

14 Dans un centre d'examen, la moyenne des notes selon les jurys est la suivante :

- Jury 1 (120 candidats) : 11,2
- Jury 2 (130 candidats) : 10,1
- Jury 3 (85 candidats) : 9,6

Calculer la moyenne des notes de ces 335 candidats.

15 Dans une classe, il y a 20 filles et 10 garçons.

L'âge moyen des filles est de 16 ans 5 mois, celui des garçons 16 ans 11 mois.

Quelle est la moyenne d'âge des élèves de la classe.

Devoir n°1

I On donne la série statistique suivante :

x_i	-5	0	5	10	12
$n-i$	4	7	6	3	5

1°) Calculer la moyenne $\bar{x}$ et l'écart type σ, en écrivant le calcul de la variance V(x).

Rappel :

$$v(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{i=5} n_i(x-x_i)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{i=5}(n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma = \sqrt{V(x)}.$$

2°) Soit x un réel, on pose :

$$S(x) = \sum_{i=0}^{i=5} n_i(x-x_i)^2$$

Vérifier que S(x) $=25x^2 - 200x + 1270$

3°) Déterminer le sens de variations de la fonction S et en déduire sa valeur minimale.

4°) Retrouver le calcul de la variance à partir de la somme S.

II Le tableau suivant récapitule les moyennes trimestrielles obtenues par trois classes de 30 élèves :

Classe 1	notes	2,5	4,5	5	6	6,5	7,5	8,5	9	10	10,5	12	12,5	13	13,5	14	15,5
	effectifs	1	2	2	2	4	2	1	1	1	2	1	5	2	1	1	2
Classe 2	notes	2	2,5	3	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8	8,5	10,5	11,5	12,5	13	14,5	15,5
	effectifs	1	2	1	3	1	1	5	1	1	2	2	2	2	2	2	2
Classe 3	notes	1,5	2,5	3	3,5	4,5	5,5	6	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	12	12,5	13	14,5
	effectifs	1	2	1	4	1	1	1	3	1	2	2	1	1	4	1	4

Pour chacune des trois classes :

1°) Déterminer la note médiane, le premier et le troisième quartiles.

2°) Représenter la répartition des notes des trois classes à l'aide d'un diagramme en boîte.

3°) Calculer l'étendue, la moyenne $\bar{x}$et l'écart type σ, à 10^{-2} près.

4°) Calculer à 1 % près le pourcentage d'élèves dont la note est comprise dans l'intervalle interquartile ainsi que dans l'intervalle $[\bar{x}-\sigma;\bar{x}+\sigma]$

5°) On décide de rééquilibrer les moyennes des trois classes de la façon suivante :

On multiplie toutes les notes de la deuxième classe par 1,12 On ajoute 1,2 à toutes les notes de la troisième classe.

a) Pour chacune de ces deux classes recalculer :la moyenne $\bar{x}$ et l'écart type σ, à 10^{-2} près.

b) Calculer à 1 % près le pourcentage d'élèves dont la note est comprise dans l'intervalle interquartile ainsi que dans l'intervalle $[\bar{x}-\sigma;\bar{x}+\sigma]$

1 Résoudre les systèmes d'équations suivants :
1°) Par le calcul.
2°) Graphiquement.

$$\begin{cases} 5x - 7y = 19 \\ -3x + 4y = -11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 5y = 21 \\ 3x - 7y = -29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x - 3y = 39 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$$

2 Résoudre les systèmes suivants en utilisant un changement de variables.

$$\begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 6 \\ x^2 + 4y^2 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x} + 4\sqrt{y} = 8 \\ 3\sqrt{x} - 5\sqrt{y} = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 0 \\ -\frac{4}{x} + \frac{9}{y} = -5 \end{cases}$$

3 Résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{cases} 3x + 4y - 5z = 7 \\ 3y - 7z = 1 \\ 8z = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ x + 3y - z = -4 \\ 4x + y + 2z = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 2y + 7z = 20 \\ 3x - y + 3z = 10 \\ 2x - 3y - z = 3 \end{cases}$$

4 Sam dépense 3,98 euros pour 6 croissants et 2 brioches.

Il lui faudrait 0,76 euros de plus pour acheter 2 croissants et 6 brioches.

Quel est le prix d'un croissant ? d'une brioche ?

5 En augmentant de 4 cm le côté d'un carré, on augmente l'aire de 56 cm^2.

Quel était le côté du carré ?

6 On fond un alliage contenant 45% d'argent avec un alliage contenant 60% d'argent pour obtenir 40 kg d'un alliage contenant 48% d'argent.

Quelles sont les masses d'argent fondues ?

7 Déterminer deux nombres entiers naturels connaissant leur différence 365 et leur quotient $\frac{4}{9}$.

8 Une somme d'argent est placée à intérêts composés durant 2 ans au taux de 5%.

Au bout de deux ans on retire la somme totale soit 9261 euros.

Quelle était la somme de départ ?

9 Trois enfants désirent connaître leur poids à l'aide d'une vieille bascule dont l'aiguille ne descend pas en dessous de 50 kg. Ils montent deux par deux sur le plateau et notent :

Alain et Bernard : 60 kg.

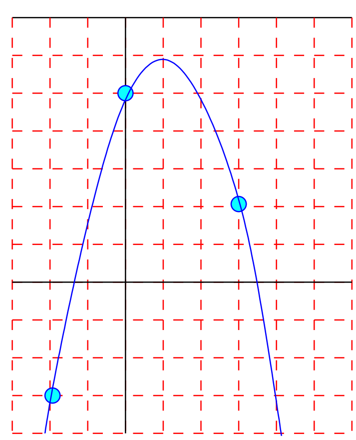
Alain et Claude : 65 kg.

Bernard et Claude : 75 kg.

Quel est le poids de chaque enfant ?

10 On a tracé dans un repère orthonormé la courbe C_f représentative de la fonction f définie sur IR par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Déterminer les réels a, b et c sachant que la courbe C_f passe par les points A , B et C.



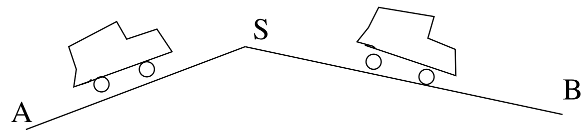
11 Vitesse en montée : 40 km/h.

Vitesse en descente : 60 km/h.

Temps mis pour aller de A à B : 14 min.

Temps mis pour aller de B à A : 14 min.

Calculer les distances AS et SB.



Programmation linéaire

12 Un artisan joailler doit fabriquer des bracelets or et argent de deux types A et B.

Les consignes de fabrication sont :

• Chaque bracelet doit contenir 10 g d'or.

• Un bracelet de type A doit contenir 20 g d'argent et être décoré de 10 éclats de diamant.

• Un bracelet de type B nécessite 50 g d'argent et 40 éclats de diamant.

• Pour cet ouvrage, le joailler reçoit 207 g d'or, 600 g d'argent et 450 éclats de diamant.

• Il ne dispose que de 46 heures de travail.

1°) Sachant qu'un bracelet de type A lui demande 3 h de travail et un bracelet de type B, 2 heures de travail, écrire l'ensemble des contraintes de fabrication sous forme d'un système d'inéquations. (On désigne par x, le nombre de bracelets de type A et par y le nombre de bracelets de type B).

2°) Représenter graphiquement ces contraintes. (unité : 0,5 cm.)

3°) Le travail de l'artisan est rémunéré de la façon suivante : 200 euros pour la fabrication d'un bracelet de type A, 270 euros pour la fabrication d'un bracelet de type B.

Il doit rendre la matière première non utilisée.

a) Quel nombre de bracelet de chaque type doit-il fabriquer pour obtenir le meilleur salaire ? A combien s'élève alors son salaire horaire ?

b) Quelle quantité de matière première doit-il redonner ?

13 Un artisan fabrique des objets A et des objets B.

La réalisation d'un objet A demande 30 euros de matière première et 125 euros de main d'oeuvre ;

celle d'un objet B demande 70 euros de matière première et 75 euros de main d'oeuvre.

Pour une bonne gestion de l'entreprise, les dépenses journalières en matière première et en main d'oeuvre ne doivent pas dépasser respectivement 560 euros et 1250 euros.

Les profits réalisés sont de 54 euros par objet A et de 45 euros par objet B.

On désigne par x et y les nombres d'objets A et B fabriqués par jour.

1°) Etablir le système d'inéquations des contraintes.

2°) Représenter graphiquement ce système.

3°) Après avoir calculé en fonction de x et y le profit journalier P réalisé, déterminer le nombre d'objets A et B que l'entreprise doit produire pour réaliser un bénéfice maximal.

14 Un directeur de chenil veut nourrir ses chiens au moindre coût en leur apportant cependant une minimum journalier de 120 kg de protides, 90 kg de lipides et 60 kg de glucides.

Deux aliments tout préparés CANI et NICA lui sont proposés.

• Un sac de CANI contient 3 kg de protides, 3kg de lipides et 1 kg de glucides. Il coûte 12 euros

• Un sac de NICA contient 2 kg de protides, 1 kg de lipides et 2 kg de glucides. Il coûte 6 euros.

Combien de sacs de chaque catégorie, le directeur va-t-il commander chaque jour. Combien celà lui coûtera-t-il ?

15 Un marchand de glaces vend des glaces en cornets, les unes à une boule, les autres à deux boules.

Chaque jour, le marchand dispose de 60 cornets à une boule et de 60 cornets à deux boules.

Il vend au plus 100 cornets par jour et il dispose d'une quantité de crême glacée lui permettant de faire 150 boules par jour.

Le bénéfice réalisé est de 0,2 euros pour un cornet à une boule et de 0,5 euros pour un cornet à deux boules.

Déterminer le bénéfice maximal qu'il peut espérer faire en un jour.

Devoir n°1

I Résoudre les systèmes d'équations suivants (Pour le troisième, effectuer un changement de variable) :

$$\begin{cases} 4x - 12y = 4 \\ 7x - 21y = 7 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + (\sqrt{2} - 1)y = 1 \\ (\sqrt{2} + 1)x + y\sqrt{2} = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 6 \\ x^2 + 4y^2 = 25 \end{cases}$$

II Un nombre de trois chiffres a, b et c peut s'écrire : $abc = a \times 100 + b \times 10 + c$
Par exemple : $358 = 3 \times 100 + 5 \times 10 + 8$

Déterminer un nombre de trois chiffres sachant que :

- La somme de ses chiffres est égale à 18.
- Si l'on permute le chiffre des dizaines et celui des centaines, le nombre augmente de 180.
- Si l'on permute le chiffre des unités et celui des centaines, le nombre diminue de 495.

III Le responsable d'une cantine scolaire doit acheter au minimum 70 assiettes plates et 40 assiettes creuses.

Deux grossistes proposent :

- l'un, le lot A de 10 assiettes plates et 10 assiettes creuses pour 15 €.
- l'autre, le lot B de 20 assiettes plates et 10 assiettes creuses pour 20€.

On se propose de déterminer le nombre x de lots A et le nombre y de lots B que le responsable doit acheter pour que la dépense soit minimale.

Montre que les contraintes peuvent se traduire par le système suivant :

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 4 \\ x + 2y \geq 7 \end{cases}$$

Détermine graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées x et y vérifient le système (on hachurera la partie qui ne convient pas) unité du repère : 2 cm.

a) Exprime en fonction de x et y la dépense occasionnée par l'achat de x lots A et de y lots B.

b) Les couples occasionnant une même dépense C sont représentés par une droite Δ.

Tracer cette droite pour C = 120€.

c) Détermine graphiquement le point par lequel doit passer la droite Δ pour que la dépense soit minimale.

En déduire le nombre de lots A et le nombre de lots B correspondants.

Quelle est alors cette dépense minimale ?

1 Résoudre les équations suivantes :

$x^2 - 4x - 5 = 0$

$16x^2 - 40x + 25 = 0$

$3x^2 + 2x + 1 = 0$

$-3x^2 + 4x - \frac{4}{3} = 0$

2 Factoriser les polynômes suivants :

$P(x) = x^2 + 5x - 14$

$P(x) = 3x^2 + 2x + 5$

$P(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{6}x - \frac{1}{3}$

$P(x) = x^2 - \frac{14}{3}x + \frac{49}{9}$

3 Résoudre les inéquations suivantes :

$2x^2 - 11x + 9 \leq 0$

$x^2 - x + 3 > 0$

$-x^2 + 6x - 9 \geq 0$

$(4x - 3)(-5x^2 + 2x + 7) \leq 0$

4 Utiliser un changement de variables pour résoudre les équations suivantes :

$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

$4x^4 + 11x^2 - 3 = 0$

5 Une école a loué un autocar pour une excursion scolaire pour un forfait de 2300 F.

Au départ, il y a défection de 6 élèves et chacun des partants doit payer 7,5 F de plus.

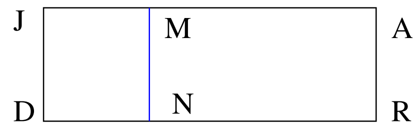
Quel est le nombre d'élèves qui participent à l'excursion ?

6 Un particulier place un capital de 30 000 euros.

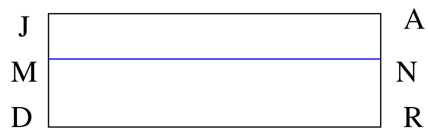
Après un an, il retire le capital et les intérêts produits et place le tout à un taux d'intérêt supérieur de 3% au premier.

Un an après, il retire 3210 euros d'intérêts.
Déterminer le premier taux.

7 Un jardin JARD rectangulaire de 1200 m^2 est clôturé et partagé en deux par un segment [MN] parallèle à deux côtés (deux possibilités sont à considérer).



ou



Il faut 180 m de grillage pour entourer le jardin et faire la séparation [MN].

Déterminer, dans chaque cas, les dimensions de ce jardin

8 En augmentant de 3 cm le rayon d'un disque, son aire a augmenté de 69%.

Quel était le rayon du disque initial ?

9 Un homme achète un cheval qu'il revend au bout de quelques temps pour 24 Louis.

A cette vente, il perd autant pour cent que le cheval lui avait coûté.

Quel était le prix d'achat ?

10 Deux automobilistes effectuent le même trajet de 400 km mais le second le fait à 20 km/h de plus que le premier et en une heure de moins.

Calculer la vitesse de chacun et le temps nécessaire pour parcourir le trajet.

11 Un bâteau descend une rivière sur un parcours de 29 km puis la remonte sur 28,5 km.

Le voyage dure 5 heures.

La vitesse du courant est de 2,5 km/h.

Quelle est la vitesse propre de ce bâteau ?

12 La grande base d'un trapèze mesure 3 fois plus que la petite base.

La hauteur de ce trapèze mesure 2 fois plus que la petite base.

L'aire de ce trapèze est 36 cm^2.

Calculer la longueur des bases et de la hauteur de ce trapèze.

13 Par chemin de fer, la distance de Paris à Bordeaux est de 588 km.

Un train parcourt ce trajet à une vitesse moyenne inconnue.

Si l'on augmente de 14 km/h cette vitesse moyenne, on diminue de 1 heure le temps du trajet.

Calculer la vitesse moyenne du train.

14 En augmentant de 5 mm les côtés d'un carré, son aire a augmenté de 21%.

Combien mesurait le côté initial ?

15 Déterminer deux nombres qui diffèrent de 1 et dont la somme est égale au produit.

16 Un jardin rectangulaire de 112 m^2 est entouré par une clôture de 44 m de long.

Déterminer sa longueur et sa largeur.

17 Soit $f(x) = x^2 - 5x + 1$.

a) Calculer les images par f de 0 ; 1 ; -2 ; $\frac{5}{2}$ et $-\frac{3}{2}$

b) Déterminer les antécédants de 0 ; -4 ; 1 et $-\frac{21}{4}$

18 a) Construire les représentations graphiques C et D des fonctions :

$x \mapsto x^2$ et $x \mapsto 3 - 2x$

b) C et D se coupent en deux points E et F. Calculer leurs coordonnées.

19 Résoudre l'inéquation :

$$\frac{-9x^2 + 5x + 4}{7x^2 - 4x - 3} < 0$$

20 Résoudre l'équation :

$$\frac{1}{x^2 - 9} + \frac{2}{x - 3} + \frac{3}{x + 3} = 1$$

21 Résoudre le système :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \end{cases}$$

Devoir n°1

I Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ a - b + c = 4 \\ 4a + 2b + c = 7 \end{cases}$$

Déterminer la fonction trinôme f telle que f (x) = $ax^2 + bx + c$ et telle que sa courbe représentative passe par les points de coordonnées A (1,0), B $(-1; 4)$ et C (2 ;7).

II Résoudre les équations suivantes :

$5x^2 - 4x - 1 = 0$

$4x^2 - 4x - 1 = 0$

$x^2 + 3x + 3 = 0$

III Résoudre les inéquations suivantes :

$3x^2 + 4x + 1 < 0$

$-9x^2 + 6x - 1 \geq 0$

$(x - 2)(-x^2 + 2x - 3) > 0$

IV Un lycée accueille 2400 élèves qui se divisent en trois catégories : les internes, les demi-pensionnaires et les externes.

Il y a 384 internes et 648 demi-pensionnaires.

On compte 40% de garçons, et parmi ceux-ci, 20% sont internes.

D'autre part, 15% des filles sont demi-pensionnaires.

Recopier et complèter le tableau suivant avec les effectifs correspondants :

	Internes	DP	Externes	Total
garçons				
filles				
total				2400

Quel est le pourcentage de filles parmi les externes ?

Quel est le pourcentage d'externes parmi les filles ?

Révisions de seconde

1 Soit f la fonction à variable réelle définie par : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

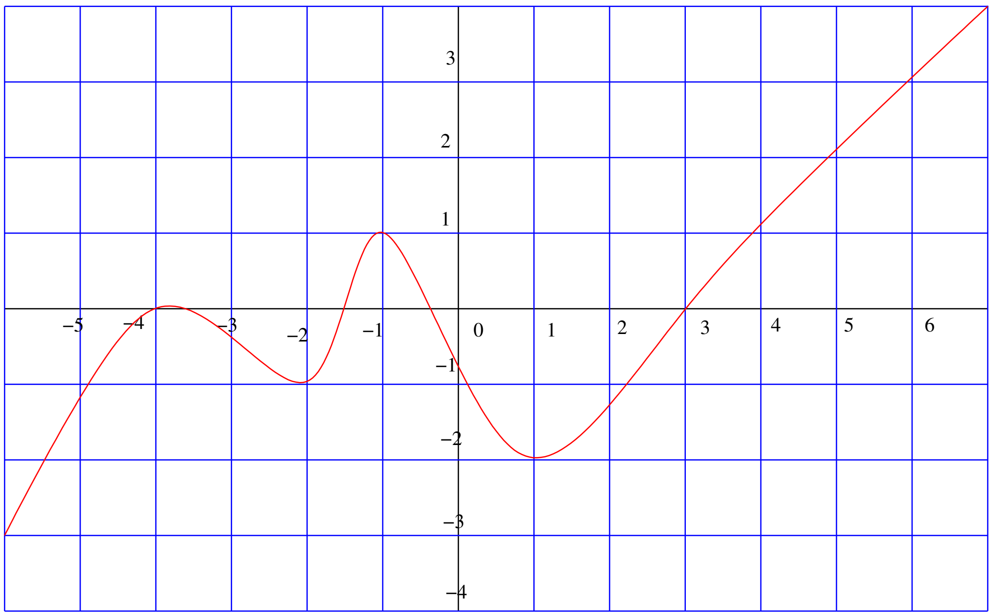
$$x \mapsto 2x^2\text{-}3$$

a) Calculer les images de -3 et de $\sqrt{2}-1$.

b) Déterminer les antécédants de 5 ; 3 ; 0 et -4.

c) Calculer les images des entiers compris entre -3 et 3 puis tracer la représentation graphique de f.

2 Voici la représentation graphique d'une fonction f, répondre aux questions suivantes :



a) Quel est l'ensemble de définition de f ?

b) Quelles sont les images de 4, 0, 7 et -2 ?

c) Donner une valeur approchée de f(-3), f(-1) et f(2).

d) Quels sont les antécédants de 0, 1, -3 et -4 ?

e) Sur quels intervalles f est-t-elle croissante ? décroissante ?

f) Dresser le tableau de variation de f.

g) Quels sont les extrémum de f ? Pour quelles valeurs sont-ils atteints ?

h) Résoudre graphiquement les équations : f(x)=-2, f(x)=-1 et f(x)=-4.

i) Résoudre graphiquement les inéquations : $f(x) \geq 0$ et $f(x) \leq$-2

j) Dresser le tableau de signes de f.

3 a) Tracer une représentation graphique des fonctions f et g dont voici le tableau de variation :

x	-4		-1		0		3		5
f(x)	0	↘	-2	↗	1	↘	0	↗	2

x	-2		0		1		3
g(x)	0	↗	2	↗	3	↘	-2

b) Résoudre graphiquement l'équation : f(x)=0.

c)Comparer g(-1) et g(1)

f(2) et 0

f(-3) et f(4).

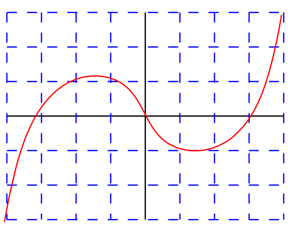
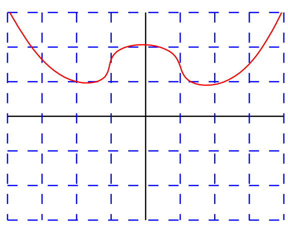
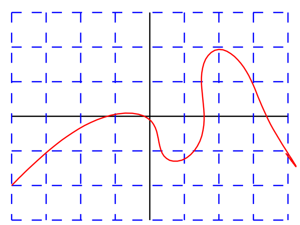
4 On sait que la fonction f est croissante sur[-3 ;0] et décroissante sur [0 ;5]. On a f(-3)=2 ; f(0)=4 et f(5)=-2.

a) Dresser le tableau de variationde f.

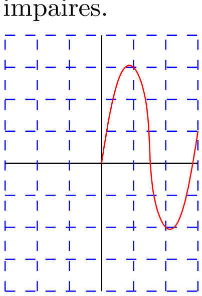
b) Compléter par $<$ ou $>$.

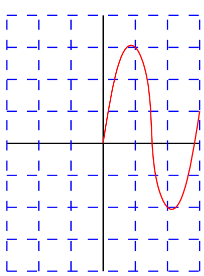
- -2 $< x <$-0, 5 alors f(-2) ..... f(x) ..... f(-0,5)
- 1 $< x <$ 2 alors f(1) ..... f(x) .....f(2)
- $x > 3$ alors f(x) ..... f(3)
- $x \in [-3\,;0]$ alors 2 .....f(x) .....4.

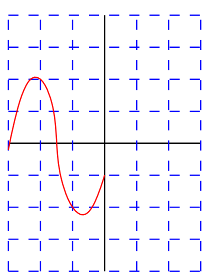
5 a) Les fonctions dont voici une représentation graphique sont-elles paires ou impaires ?

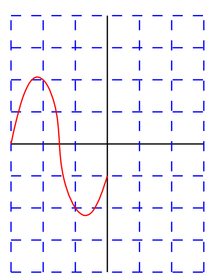




b) Compléter les représentations graphiques suivantes pour qu'elles définissent des fonctions paires ou impaires.


f est paire


f est impaire


f est paire


f est impaire

6 Les fonctions suivantes sont$-$elles paires ? impaires ?

$$f(x) = 2x^2\text{-}3 \qquad g(x) = \frac{1}{x^2+1} \qquad h(x) = 3x^3\text{-}2x$$

$$i(x) = \frac{x}{x^2+4} \qquad j(x) = 2x^2\text{-}3x+1 \qquad k(x) = \frac{5}{8}$$

7 Soit ABED un trapèze rectangle en A de bases [AB] et [DE] tel que DE=6 cm, AD=3 cm et AB=2 cm.
Soit C un point du segment [DE]. On note CE=x.
Soit f(x) l'aire de ABCD, g(x) l'aire de BCE, h(x) le périmètre de ABCD et k(x) le périmètre de BCE.
1°) Dans quel intervalle le nombre x peut-il varier ?
2°) Tracer deux figures, l'une pour x=1, l'autre pour x=4.
3°) Calculer les images de 1 et de 4 pour chacune des fonctions f, g, h et k.
4°) Exprimer en fonction de x, f(x), g(x), h(x) et k(x).
5°) Pour quelle valeur de x les aires de ABCD et de BCE sont-elles égales ?
6°) Pour quelle valeur de x les périmètres de ABCD et de BCE sont-ils égaux ?

Fonctions en première

8 Pour les fonctions carrées suivantes, donner le tableau de variation puis tracer la courbe.
$f(x) = x^2 + 2x - 3$ $g(x) = -x^2 + 4x + 1$ $\mathrm{h}(x) = 2x^2 - 6x + 4$ $i(x) = -2x^2 + x$

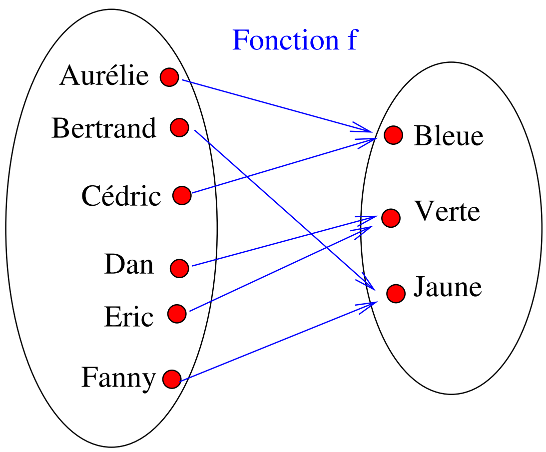
9 1°) Tracer les représentations graphiques des fonctions usuelles :
$f(x) = x^2$ $g(x) = \frac{1}{x}$ $h(x) = \sqrt{x}$ $i(x) = x^3$
2°) En utilisant une translation, tracer sur l'un des graphiques précédents, la représentation graphique de :
$l(x) = (x-3)^2$ $m(x) = \sqrt{x-2}$ $n(x) = \dfrac{1}{x+1}$ $p(x) = (x+2)^3$
$q(x) = \sqrt{x} + 2$ $r(x) = x^2 - 5$ $s(x) = 1 + \frac{1}{x}$ $t(x) = (x-3)^2 + 2$
3°) Sur un autre graphique, tracer successivement les représentations graphiques de :
$A(x) = \frac{1}{x}$ $B(x) = \dfrac{1}{x+1}$ $C(x) = \dfrac{1}{x+1} - 3$ $D(x) = \left|\left(\dfrac{1}{x+1} - 3\right)\right|$
$E(x) = -\left(\dfrac{1}{x+1} - 3\right)$ $F(x) = \dfrac{1}{|x|+1} - 3$ $G(x) = \dfrac{1}{-x+1} - 3$

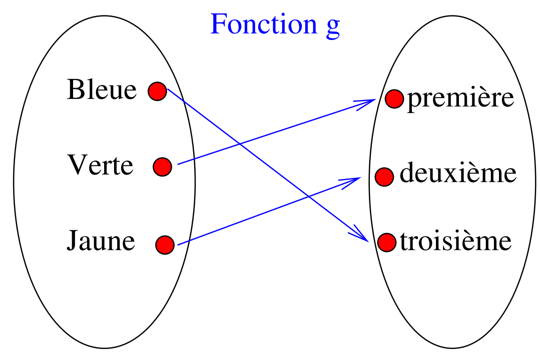
10 Soit la fonction $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.
1°) Quel est l'ensemble de définition de f ?
2°) Déterminer a et b tels que $f(x) = a + \dfrac{b}{x+1}$.
3°) Tracer la représentation graphique de $g(x) = \frac{-2}{x}$.
4°) En déduire la représentation graphique de f.
5°) Tracer le tableau de variations de f.

11 Soit A l'ensemble des prénoms d'un groupe d'amis qui participent à un tournoi sportif. Soit B la couleur des équipes et C le classement à l'issue des matchs.

On appelle f la fonction qui a chaque personne fait correspondre la couleur de son équipe. On appelle g la fonction qui à chaque équipe fait correspondre son classement. g∘ f sera donc la fonction qui a chaque personne fait correspondre son classement.

A l'aide des diagrammes de f et de g, tracer le diagramme de g∘ f.





12 Calculer $g \circ f$ et $f \circ g$ pour les fonctions suivantes :

1°) $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = 2x + 1$

2°) $f(x) = \frac{1}{x}$. et $g(x) = 2x + 1$

3°) $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2x + 1)$

4°) Est-ce que $f \circ g$ et $g \circ f$ sont égales ?

13 Soit $a(x) = x^2$ $b(x) = 3x + 1$ $c(x) = \frac{1}{x}$ $d(x) = \sqrt{x}$.

Ecrire les fonctions suivantes comme composées des fonctions a, b, c et d.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \qquad g(x) = 3 \times \frac{1}{x} + 1 \qquad h(x) = (3x+1)^2$$
$$k(x) = 3x^2 + 1 \qquad l(x) = \sqrt{x^2} \qquad m(x) = \frac{1}{3x+1}.$$

14 1°)Rappeler l'ensemble de définition et le sens de variation des fonctions usuelles :

$$f(x) = ax + b \qquad g(x) = x^2 \qquad h(x) = \sqrt{x}$$
$$j(x) = x^3 \qquad k(x) = \frac{1}{x} \qquad l(x) = |x|.$$

2°) Ecrire les fonctions suivantes comme composées de fonctions usuelles et en déduire leur sens de variation sur l'intervalle donné.

$A(x) = \sqrt{x^2 + 3}$ sur $[0\,;+\infty[$.

$B(x) = \sqrt{x^2 + 3}$ sur $]-\infty; 0]$.

$C(x) = \sqrt{2 - x}$ sur $]-\infty; 2]$.

$D(x) = 3 - \frac{2}{x+1}$ sur $]-1; +\infty[$.

15 Ecrire les fonctions suivantes sous forme de somme ou de produit de fonctions usuelles et en déduire leur sens de variation lorsqu'il découle des propriétés du cours.

$A(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ sur $]-\infty; 0[$.

$B(x) = x^2 + \frac{1}{x}$. sur $]0; +\infty[$.

$C(x) = 2x + 1 + \sqrt{x}$ sur $[0; +\infty[$.

$D(x) = (2x + 1) \times \sqrt{x}$ sur $[0; +\infty[$.

16 Soit la fonction $g(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

a) Quel est l'ensemble de définition de g ?

b) Montrer que $g(x) = 1 - \dfrac{2}{x^2 + 1}$.

c) Soit $f(x) = 1 - \dfrac{2}{x + 1}$. Tracer la représentation graphique de f en utilisant la fonction u : $x \mapsto -\dfrac{2}{x}$ et une translation à préciser.

d) Donner le tableau de variation de f.

e) Montrer que g est la composée de la fonction f et d'une autre fonction.

f) En déduire le tableau de variation de g.

17 1°) Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{2x + 1}{x - 1}$.

a) Quel est l'ensemble de définition de g ?

b) Calculer $g(\sqrt{2})$ et $g(\sqrt{3} + 1)$.

c) Déterminer l'antécédent de $\dfrac{5}{2}$ par g.

d) Déterminer a et b tels que $g(x) = a + \dfrac{b}{x - 1}$.

e) En utilisant une translation et la fonction u : $x \mapsto \dfrac{b}{x}$, tracer la représentation graphique de g.

f) Résoudre graphiquement : $g(x) = 1$ $\quad g(x) \geq 0$ $\quad g(x) = 2x - 1$.

2°) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

a) Déterminer a et b tels que $f(x) = (x - a)^2 + b$.

b) En utilisant une translation et la fonction v : $x \mapsto x^2$, tracer la représentation graphique de f.

3°) a) Montrer que f(x)=g(x) $\iff x^3 + x^2 - 7x + 2 = 0$.

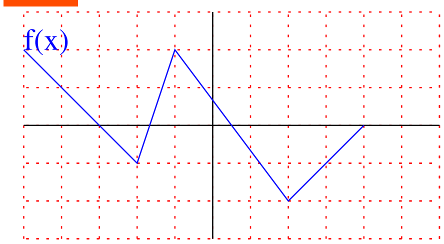
b) Calculer f(2) et g(2).

c) Montrer que $x^3 + x^2 - 7x + 2 = (x - 2)(x^2 + 3x - 1)$.

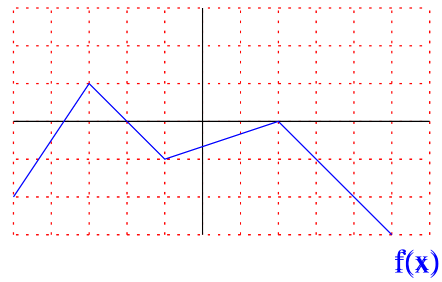
d) Résoudre l'équation $x^3 + x^2 - 7x + 2 = 0$.

e) En déduire les coordonnées des points d'intersection des courbes de f et de g.

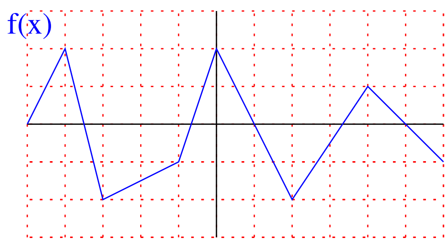
18



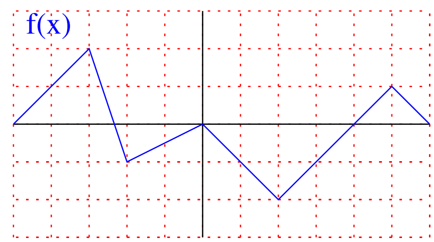
Tracer g(x)=f(x−2)



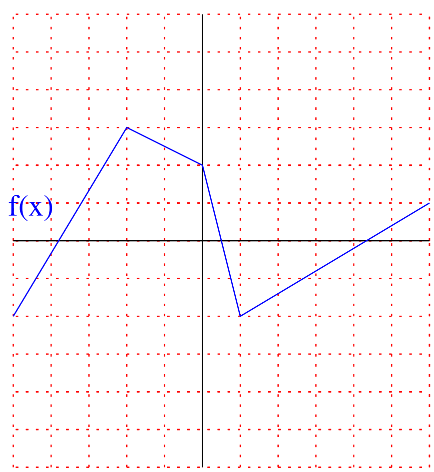
Tracer g(x)=f(x)+1



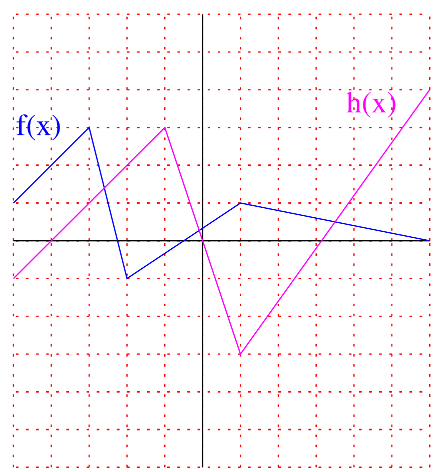
Tracer g(x)=|f(x)|



Tracer g(x)=−f(x)



Tracer g(x)= 2f(x)

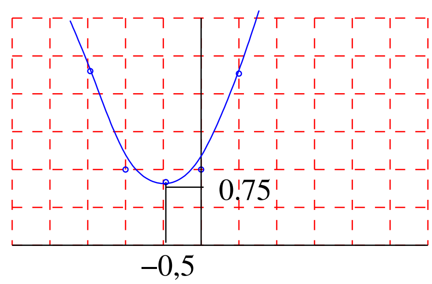


Tracer g(x)=f(x)+h(x)

Devoir n°1

I Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f (x) $=x^2 + x + 1$.

Sa courbe représentative dans un repère orthonormé est la parabole tracée ci-contre.



1°) Par lecture graphique :

a)Donner le signe de f .

b) Donner le tableau de variation de f .

2°) g est la fonction définie sur] 0 ;+∞ [par $f(x) = \frac{1}{x}$

a) Exprimer en fonction de x, h (x) = g[f (x)].

b) Pour quelles valeurs de x la fonction h est-elle définie ?

c)Déterminer le tableau de variation de la fonction h.

II Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f (x) $=2 - x^2$.

1°) Etudier le signe de f .

2°) g est la fonction racine carrée définie pour x $\geq$ 0, exprimer en fonction de x, la fonction h=g$\circ$f, composée de la fonction f suivie de g.

3°) Sur quel(s) intervalle(s) la fonction h est-elle définie ?

III Le coût de production exprimé en euros, pour q centaines d'articles est donné par :
$C(q) = 0,75q^3 - 10,5q^2 - 60q$ avec q $\in$(]0 ; 10].

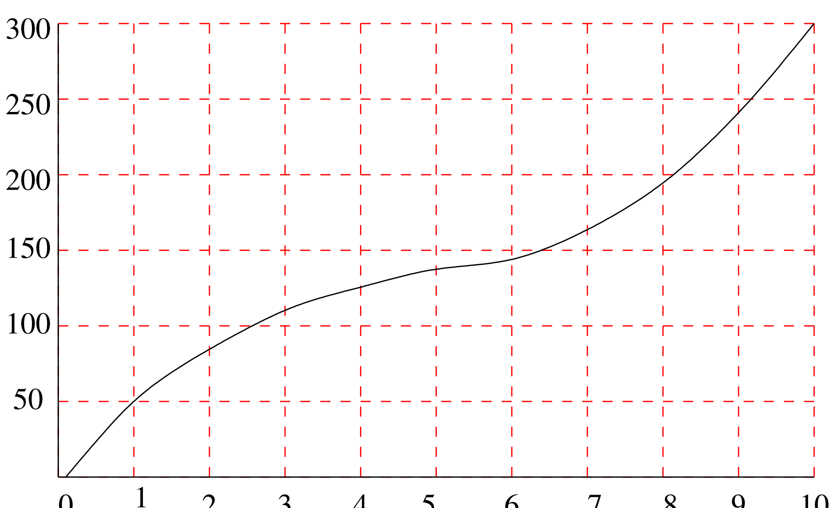
Exprimer en fonction de q le coût moyen C_m(q) par centaines de pièces.

Quel est le coût moyen par centaines de pièces si la production est de 500 articles ? 1000 articles ?

M étant un point d'abscisse q de la courbe C représentative du coût et O l' origine du repère, quel est le lien entre le coût moyen C_m(q) et la droite (OM) ?

En utilisant la droite (OM), trouver graphiquement sur la courbe de coût la production qui minimise le coût moyen par centaines de pièces.

Quel est alors le coût moyen minimal par centaines de pièces ?



Exercices de base

1 Soit la fonction $f(x) = 5x - 2$.

a) Calculer le taux de variation de f entre 2 et 3.

b) Calculer le taux de variation de f entre 1 et 1+h.

c) En déduire f'(1).

2 Soit la fonction $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$.

a) Calculer le taux de variation de f entre 2 et 2+h.

b) En déduire f'(2).

3 Soit la fonction $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+2}$.

a) Calculer le taux de variation de f entre 0 et 0+h.

b) En déduire f'(0).

4 Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$f(x) = 3x - 5$

$f(x) = 2x^2 - 5x + 3$

$f(x) = 5x^4 + 3x^3 - 8x^2 + 5x - 8$

$f(x) = \dfrac{3}{5}x^3 - \dfrac{2}{7}x^2 - 6x + \dfrac{1}{3}$

f(x)= $f(x) = \sqrt{x} + \dfrac{3}{x} - \dfrac{5}{x^3}$

$f(x) = (x-2)\sqrt{x}$

$f(x) = (x^3 - 5x^2 + 1)(2x^4 - 6x + 8)$

$f(x) = \dfrac{1}{3x-2}$

$f(x) = -\dfrac{5}{2x^2 - 3x + 7}$

$f(x) = \dfrac{3x-5}{2x+4}$

$f(x) = \dfrac{2x^2 - x + 3}{4x^2 - 1}$

$f(x) == \dfrac{6x+2}{3x+2}$

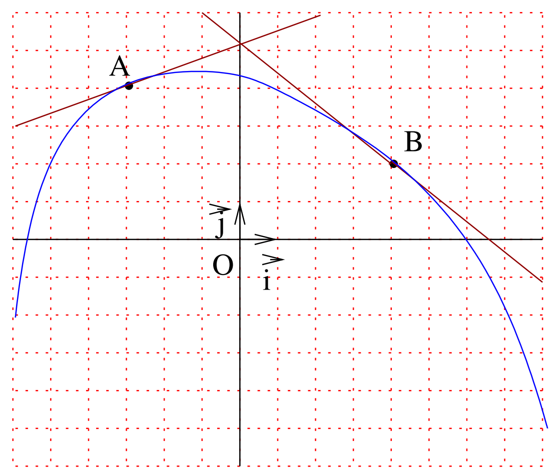
$f(x) = (2x-3)^2$

5 La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f.

a) Déterminer le coefficient directeur des tangentes à cette courbe aux points A et B.

b) En déduire f'(-3) et f'(4).

c) Ecrire l'équation de ces tangentes.



6 Soit la fonction $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

a) Ecrire l'équation de la tangente à la courbe de f aux points d'abscisses 0 et 3.

b) Déterminer l'abscisse des points de la courbe de f qui admettent une tangente de coefficient directeur 2.

c) Déterminer les points de la courbe de f qui admettent une tangente parrallèle à la droite d'équation $y = -2x - 1$.

d) Déterminer les points de la courbe de f qui admettent une tangente horizontale.

Devoirs

Devoir n°1

I Soit $f(x) = -x^2 + x + 3$.

a) En utilisant le taux de variation, calculer f'(1).

b) En calculant f'(x), retrouver la valeur de f'(x).

c) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 1.

d) Etudier le signe de f'(x).

II Soit $f(x) = \dfrac{x-2}{2x+1}$

a) En utilisant le taux de variation, calculer f'(1).

b) En calculant f'(x), retrouver la valeur de f'(x).

c) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 1.

d) Etudier le signe de f'(x).

III Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$f(x) = 2x^3 - 5x + 4$

$f(x) = 2x - 3 + \sqrt{x} - \dfrac{3}{x^2}$

$f(x) = (3x^2 - 5x + 4)^2$

$f(x) = \dfrac{5}{3 - 2x^2}$

$f(x) = \dfrac{3x^2 - 2}{1 - 5x}$

IV Soit la fonction $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{3}{2}x^2 + 2x - 4$.

a) Calculer f'(x).

b) Etudier le signe de f'(x).

c) Etablir le tableau de variation de f.

Devoir n°2

I La courbe ci-dessus est la représentation graphique d'une fonction f :

La droite Δ est la tangente à la courbe au point A d'abscisse 2.

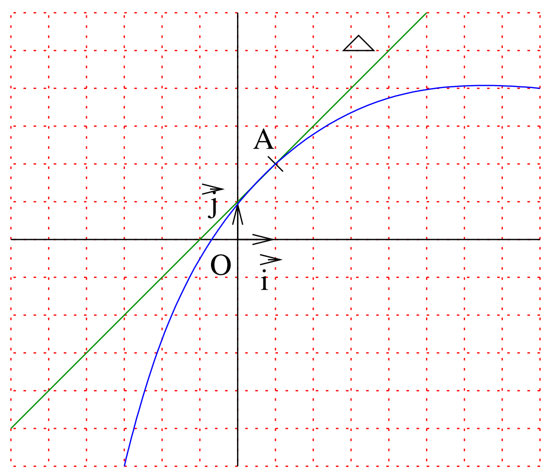
a) Lire sur le graphique f(2) et f'(2).

b) Ecrire l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a.

c) résoudre graphiquement :

$f(x) = -2$

$f(x) \leq -2$



II Soit la fonction $f(x) = \dfrac{2x-5}{3+x}$

a) Quel est l'ensemble de définition de f ?

b) Calculer f'x).

c) Etudier le signe de f('x).

d) Etablir le tableau de variation de f.

e) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2.

f) Déterminer les points de la courbe qui admettent une tangente de coefficient directeur 1.

1 Soit la fonction f(x)=$\dfrac{x}{x^2-1}$.

Compléter le tableau suivant :

x	1,1	1,01	1,001	1,00001	0,9	0,99	0,9999	$1-10^{-10}$	$1+10^{-10}$	$1+10^{-100}$
f(x)										

2 Déterminer les limites suivantes et donner l'équation de l'asymptôte à la courbe que l'on peut déduire de cette limite.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^6-4x+1}{1-x^4} \qquad \lim_{x\to5}(2x^3+5x^2-x+1) \qquad \lim_{x\to1}\frac{x}{x^2-1}$$

$$\lim_{x\to0}(x+\sqrt{x})$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1+x}{1-x} \qquad \lim_{x\to3^+}\frac{2x^2+x-1}{x-3} \qquad \lim_{x\to-1}\frac{x}{x^2-1}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3-4x^2}{3+2x^2} \qquad \lim_{x\to3^-}\frac{2x^2+x-1}{x-3}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^3-1}{(x-1)^2} \qquad \lim_{x\to1}\frac{x}{\sqrt{x-1}} \qquad \lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^2-3x+2}$$

3 Soit la fonction f(x)=$2x-3+\dfrac{x+1}{x+2}$

1°) Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f.

2°) Déterminer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.

3°) En déduire l'équation de l'asymptôte verticale.

4°) Calculer les limites en $+\infty$ et en $-\infty$ de $f(x)-(2x-3)$.

5°) En déduire une équation de l'asympôte oblique.

4 Soit la fonction f(x)=$\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$

1°) Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f.

2°) Calculer a,b,c tels que f(x)=$ax+b+\dfrac{c}{x-1}$.

3°) Déterminer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.

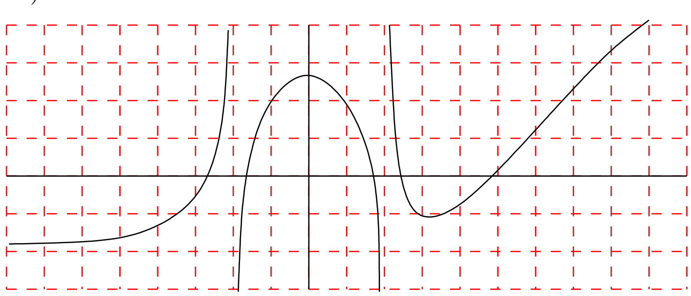
4°) Soit y=x-1. Calculer la limite de $f(x)-y$ en $+\infty$ et en $-\infty$.

5°) Conclure sur les asymptôtes.

5 La courbe de la fonction f ci-dessous a des asympôtes.

1°) Tracer et donner l'équation de ces asymptôtes.

2°) En déduire les limites aux bornes de l'ensemble de définition.



1 Soit f la fonction définie par f(x) = $\dfrac{2x^2-3x-10}{x-3}$

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

1°) . Déterminer le domaine de définition de f.

2°) Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout réel x différent de 3, f(x) $=ax+b+\dfrac{c}{x-3}$

3°) Calculer la limites de f(x) - (2x + 3) en $+\infty$ et en $-\infty$

Donner une interprétation graphique du résultat.

4°) On note Δ_1 la la droite d'équation y = 2x + 3.

Etudier la position relative de C et de Δ.

5°) Déterminer les limites de f(x) pour $x \to 3$.

Donner une interprétation graphique du résultat.

2 f est la fonction définie sur $]-2\,;+\infty\,[$ par : f(x) $=\dfrac{x^2-6x-7}{2x+4}$

C est la courbe représentant f dans un repère orthonormal (unité : 1 cm).

1°) Démontrer que la droite d'équation x $=-2$est asymptote à la courbe C.

2°) a) Vérifier que pour tout x > -2, f(x) = $\dfrac{x}{2}-4+\dfrac{9}{2(x+2)}$.

b) Etudier alors la limite de f en $+\infty$.

c) Montrer que la droite Δ d'équation $y=\dfrac{x}{2}-4$ est asymptote à la courbe C en $+\infty$. 3°) a) Calculer la dérivée de f et vérifier que $f'(x)=\dfrac{(x+5)(x-1)}{2(x+2)^2}$.

b) Etudier le sens de variation de f sur $]-2\,;+\infty[$.

c) Dresser le tableau de variation de f sur $]-2\,;+\infty[$. Indiquer les extrema de f.

4°) a) Déterminer les racines du trinôme P(x) $=x^2-6x-7$.

Déterminer alors les coordonnées des points d'intersection de C avec l'axe des abscisses.

b) On note T_A la tangente à C au point A d'abscisse -1 et T_B la tangente à C au point B d'abscisse 7.

Déterminer une équation des tangentes T_A et T_B.

5°) Tracer C, ses asymptotes et ses tangentes aux points A et B.

3 Soit f, la fonction définie par $f(x)=-\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2+6x$.

C est la courbe représentative de f dans un repère orthogonal d'unités 1 cm pour l'axe des abscisses, et 2 cm pour l'axe des ordonnées.

1°) Quel est l' ensemble de définition de la fonction f ?

2°) Etudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

3°) a. Calculer la dérivée de f.

b. Etudier le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.

3°) a. Montrer que l' équation f(x)=5 admet une solution unique dans l' intervalle [2 ; 4]

b. Donner une valeur de cette solution à 10^{-2} près par excès.

5°) a. Quels sont les points où la courbe admet une tangente horizontale ?

b. Calculer le nombre dérivé de f en 0. Quelle signification peut-on donner à ce résultat ?

6°) Tracer la courbe C ainsi que ces tangentes horizontales et sa tangente en 0.

4 A la suite d' une épidémie dans une région, on a constaté que le nombre de malades, n jours après l'apparition des premiers cas, est $75n^2-n3$, pour n entier tel que $0<n<60$.

g est la fonction définie sur [0 ; 60] par : $g(x)=75x^2-x^3$.

1°) Dresser le tableau de variations de g.

2°) a. Déterminer le jour où le nombre de malades est maximal durant cette période de 60 jours

b. Préciser le nombre de malades ce jour là.

3°) a. Tracer la courbe représentant g dans un repère orthogonal (unités : 2 cm pour 10 jours en abscisse, 1 cm pour 5000 malades en ordonnée).

b. Déterminer graphiquement la période durant laquelle le nombre de malades est supérieur à 56 000.

5 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - x^2 + 4$.

Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

En déduire les asymptotes éventuelles.

Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

6 Soit f la fonction définie sur $]-\frac{3}{2};+\infty[$ par$f(x) = \dfrac{4x+1}{-2x-3}$ et soit (C) sa courbe.

1°) Calculer les limites de f en · et en $+\infty$.

En déduire les asymptotes éventuelles.

2°) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

3°) Soit A le point d'abscisse 1 de la courbe de f.

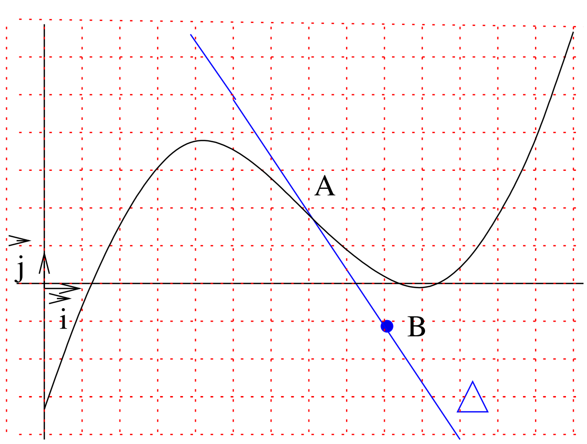
Déterminer une équation de la tangente (T) à cette courbe en A.

4°) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$. (unité : le cm).

Tracer la courbe (C) de f , la droite (T) et les asymptotes éventuelles.

7

On considère une fonction définie et dérivable sur I=[0 ;14]. Sa représentation graphique est la courbe C ci-dessous. Elle passe par le point A(7 ;2), et la tangente en A à C est la droite Δ qui passe par le point B(9 ;−1).



1°) Par lecture graphique :

a) Dresser le tableau de variation de f. Indiquer le signe de f'(x) sur I.

b) Donner le nombre de solution de l'équation f(x)=−2 sur I. Indiquer un encadrement de ces solutions à l'unité près. (Justifier).

c) Donner l'ensemble des réels tels que $0 \leq f(x) \leq 2$.

2°) Que valent f(7) et f'(7) ? En déduire l'équations de la tangente à la courbe au point d'abscisse 7.

3°) Dresser le tableau de variation de $\frac{1}{f}$ sur]1 ;10[.

8 Omar Khayyâm, savant et poète persan du XI^e siècle, a rédigé un traité d'algèbre où il propose une méthode géométrique de résolution d'une équation du 3^e degré utlisant les intersections de courbes qu'il savait construire.

Pour illustrer cette méthode, en la simplifiant, on considère l'équation :

$$x^3 - 3x^2 - 9x + 15 = 0.$$

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$ et g la fonction définie sur $\mathbb{R}/\{3\}$ par :

(1) g(x)=$\dfrac{3(3x-5}{x-3}$.

Le plan est rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm en abscisse, 1 cm en ordonnée).

1°) Prouver que, pour x≠ 3, (1) équivaut à l'équation :

(2) f(x)=g(x).

2°) a) Quelle est la nature de la courbe représentative P de f ?

b) Tracer P (on se limitera à l'intervalle [−4 ;4]).

3°) a) Quelle est la nature de la courbe représentative H de g ?

b) Dresser le tableau de variation de g et tracer H (on se limitera à l'intervalle [−4 ;4]).

4°)Interpréter géométriquement l'équation (2). Par lecture graphique, en déduire le nombre de solutions de l'équation (1) et indiquer une valeur approchée à 0,1 près de la solution α de (1) appartenant à [0 ;3[.

5°) On se propose d'étudier la solution α de façon plus précise. A cet effet, on, considère la fonction h définie sur [0 ;2] par :

$$h(x) = (x-3)[f(x) - g(x)].$$

a) Calculer la dérivée h' de h.

b) Calculer h(1,33) et h(1,34).

c) Montrer que : $1,33 < \alpha < 1,34$.

1 Calculer les 5 premiers termes des suites suivantes :

1°) $u_n = 2n^2 - 3n + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

2°) $u_n = \dfrac{1}{n^2+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

3°) $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n - 4$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

4°) $u_1 = -2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

2 Etudier le sens de variation des suites suivantes :

1°) $u_n = 2n^2 - 3n + 5$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

2°) $u_n = \dfrac{2n+5}{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

3°) $u_n = 2^n \times 3^{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

4°) $u_n = \left(-\frac{3}{2}\right)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

5°) $u_0 = -5$ et $u_{n+1} = n + u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

3 Soit (u_n) la suite de terme général $u_n = \dfrac{2n+1}{n+3}$

1°) Calculer u_n pour $0 \leq n \leq 5$.

2°) Montrer que (u_n) est strictement croissante.

3°) Montrer que (u_n) est majorée par 2.

4 (u_n) est la suite définie par $u_n = n^2 - 2n + 4$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Montrer que u_n est minorée par -5.

5 Soit la suite définie par u_0=1 et $u_n = \dfrac{2}{3}u_{n-1} + 2$

a) Calculer les cinq premiers termes de cette suite.

b) Tracer les droites d'équation $y = \dfrac{2}{3}x + 2$ et y=x.

c) Représenter graphiquement les termes de la suites (u_n).

d) Quel semble être le sens de variation de cette suite ? et sa limite ?

Suites arithmétiques et géométriques

6 a) Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $\frac{1}{2}$.

Calculer u_1, u_2 et u_{10}. puis $u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{10}$.

b)Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme $v_0 = 5$ et de raison $\frac{1}{2}$.

Calculer v_1, v_2 et v_{10}. puis $v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_{10}$.

7 a) Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_4 = 35$ et $u_2 = 15$.

Calculer la raison r et le premier terme u_0.

b) Soit (v_n) une suite géométrique telle que v_2=5 et $v_4 = 7,2$.
Calculer v_4 et $v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4$.

8 Calculer les sommes suivantes :

a) S=1+3+5+7+...+99.
S'=2+4+6+8+...+100.

En déduire la somme :
S"=1-2+3-5+...+99-100.

b) $T = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + ... + 2^{10}$.

9 Un capital de 12000 euros est placé à intérêts composés aux taux de 4%.

Quelle est sa valeur acquise au bout de 10 ans ?

Au bout de combien de temps, ce capital aura-t-il doublé ?

10 Quel capital faut-il placer à 8% avec capitalisation annuelle pour que la valeur acquise au bout de 10 ans soit 100000 euros ?

11 On considère la suite réelle (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 4$ et par la relation :

$u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$ pour tout $n \geq 1$.
1°) Calculer u_1, u_2, u_3.

2°) On pose $v_n = u_n - 3$ pour tout $n \geq 0$.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique.

b) Calculer v_0 et montrer que $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$.

c) En déduire v_n en fonction de n puis u_n en fonction de n.

12 Une personne loue une maison à partir du 1^{er} janvier 2000.

Elle a le choix entre deux formules de contrat.

Le loyer initial est de 1000 euros et le locataire s'engage à occuper la maison six années complètes.
Contrat 1 : Augmentation annuelle de 10%

On note u_0 le loyer annuel pour 2000, u_n le loyer annuel pour l'année (2000+n).

a) Calculer u_{n+1} en fonction de u_n.

b) En déduire u_n en fonction de n.

c) Calculer u_5 (arrondi au centième).

d) Calculer la somme payée à l'issue des six années.

Contrat 2 : Augmentation annuelle de 110 euros.

On note v_0 le loyer annuel pour 2000, v_n le loyer annuel pour l'année (2000+n).

a) Calculer v_{n+1} en fonction de v_n.

b) En déduire v_n en fonctionde n.

c) Calculer v_5 (arrondi au centième).

d) Calculer la somme payée à l'issue des six années.

Quel est le contrat le plus avantageux pour le locataire ?

13 Harpagon place un capital de 10 000 euros au taux annuel de 10% en intérêts simples.

Onc'Picsou place aussi 10 000 euros à 10% mais avec intérêts composés et capitalisation annuelle.

Soient h_n et p_n les avoirs respectifs d'Arpagon et d'Onc'Picsou après n années d'épargne.

a) Calculer h_1, h_2, h_3 et p_1, p_2, p_3.

b) Montrer que la suite (h_n) est arithmétique. En déduire h_n en fonction de n. Calculer h_{10}.

c) Montrer que la suite (p_n) est géométrique. En déduire p_n en fonction de n. Calculer h_{10}.

d) Comparer les deux systèmes d'épargne.

14 Une compagnie minière effectue un forage.

Les crédits débloqués sont de 46 800 euros. L'étude du devis montre que le coût du premier mètre de forage est de 100 euros, que celui du second mètre est de 140 euros, celui du troisième mètre 180 euros etc...

Jusqu'à quelle profondeur peut-on creuser en utilisant les crédits alloués ?

15 On laisse tomber une balle d'une hauteur de 2 mètres sur un sol horizontal sur lequel, elle rebondit aux deux tiers de la hauteur précédante.

Soit h_n la hauteur du n^{ieme} rebond.

A partir de quelle valeur de n aura-t-on $h_n < 2$ mm ?

On admet qu'à ce moment-là, elle s'immobilise.

Quelle distance aura-t-elle parcourue depuis qu'elle a été lâchée ?

Devoir n°1

I 1) Étudier la monotonie des suites suivantes (en calculant $u_{n+1} - u_n$ ou $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

a) $u_n = n - n^2$

b) $u_n = \dfrac{2^n}{n}$ $(n \geq 2)$

c) $u_n = 4 \times \dfrac{3^{n+1}}{2^n}$

d) $u_n = -5\dfrac{2^{n-1}}{5^n}$

II Les suites suivantes sont arithmétiques :

Calculer la raison et le premier terme u_0 puis calculer u_{30} pour les suites suivantes :

a) $u_5 = 3$ et $u_{15} = -27$

b) $u_{20} = -52$ et $u_{51} = -145$

III Les suites suivantes sont géométriques

Calculer la raison et le premier terme de ces suites (il peut y avoir plusieurs réponses possibles pour chacun des a) et b)

Pour chacun de ces cas, calculer u_{30} :

a) $u_3 = -48$ et $u_9 = -3072$

b) $u_{10} = 8$ et $u_7 = -1$

IV
Calculer les sommes suivantes (à vous de voir s'il s'agit de suites arithmétiques ou géométriques).

a) $S_1 = 18 + 54 + 162 + ... + 39366$

b) $S_2 = -5 + 2 + 9 + ... + 65$

Devoir n°2

I A l'aide des données fournies pour chacune des suites suivantes, répondez à la questions posée :

a) $u_n = -5$ si n est impair et $u_n = 5$ si n est pair ; la suite est-elle géométrique ?

b) $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = n \times u_n$; la suite est-elle géométrique ?

II a) $u_5 = 729$; $q = -3$, calculez u_{10} et u_0

b) $u_0 = 1$; $u_7 = 128$, calculez q.

c) $u_4 = 44$; $u_{10} = 352$, calculez u_{13} (la raison est positive).

d) $w_0 = 2$ et $w_2 = 18$, calculez w_{10}.

III Calculer les sommes suivantes :

1° $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - .... + \left(-\frac{1}{2}\right)^{1998}$ 2°) $S = (-x) + (-x)^2 + (-x)^3 + ... + (-x)^{17}$

3°) $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + ... + \frac{1}{14348907}$

IV

Montrez que la suite $(u)_n$, définie pour tout naturel n par $u_n = \frac{1}{n+2}$ est strictement décroissante.

Est-ce une suite géométrique ?

V

Etudiez les variations de la suite u définie pour tout naturel n par : $u_n = \frac{2n+1}{n+3}$.

Est-ce une suite géométrique ?

VI On place un capital de 100 000 francs à 7 % par an (intérêts composés).

1°) De combien dispose-t-on au bout de quatre ans ? au bout de dix ans ?

2°) Combien d'années sont nécessaires pour voir le capital doubler ? pour le voir tripler ?

VII Deux propositions sont offertes pour placer une somme de 5 000 €.

Le premier placement est rémunéré à intérêts simples à un taux annuel de 5% du capital initial. On note u_n la somme totale obtenue au bout de n années.

Le second placement est rémunéré à intérêts composés à un taux annuel de 4,5 %. On note alors v_n la somme totale obtenue au bout de n années.

1°) Que valent u_0 et v_0 ?

2°) a) Déterminer u_n en fonction de n.

b) Déterminer v_n en fonction de n.

3°) Quel placement choisir si l'on décide d'immobiliser son argent pendant 5 ans ? 6 ans ?

VIII Soit la suite u définie par $u_o = 1$; $un + 1 = \frac{2u_n}{3} + 1$ pour tout n entier.

1°) . Calculer les quatre premiers termes de la suite u.

Montrer que ce n'est pas une suite géométrique.

2°). La suite v est définie par : $v_n = u_n - 3$, pour tout n entier.

Montrer que la suite v est géométrique.

3°). Déterminer vn en fonction de n, puis un en fonction de n.

4°). Calculer $u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$ en fonction de n.

Devoir n°3

Exercice 1. (5 points)

Le 1er janvier 2002, René a placé 5000 euros à intérêt composés au taux annuel de 3%. (Cela signifie que les intérêts ajoutés au capital chaque nouvelle année sont égaux à 3% du capital de l'année précédente). On note C_n le capital de René disponible au 1er janvier de l'année 2002+n.

1. Calculer les valeurs exactes de C_1 et C_2.
2. Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n et montrer que C_n peut s'écrire : $C_n = 1,03^n \times 5000$.
3. Préciser le sens de variation de la suite (C_n).
4. Au 1er janvier 2010, René aura besoin d'une somme de 7000 euros. Son capital sera-t-il alors suffisant pour subvenir à cette dépense ?
5. Quel nombre minimal d'années devra-t-il attendre pour retirer un capital de 7000 euros ?

Exercice 2. (10 points)

Soit $f : x \mapsto \dfrac{1}{2}(x + \dfrac{4}{x})$.

1. (a) Etudier le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$. (On ne demande pas les limites).
   (b) En déduire que si $2 \leq x \leq 4$, alors $2 \leq f(x) \leq 4$.
2. On définit la suite (u_n) explicitement par $u_n = f(n)$, pour tout entier n tel que $n > 0$.
   (a) Calculer les trois premiers termes de la suite (u_n).
   (b) A l'aide de la question 1, étudier le sens de variation de la suite (u_n).
   (c) Déterminer la limite de la suite (u_n).
3. On définit la suite récurrente (v_n) par : $v_0 = 3$ et $v_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(v_n + \dfrac{4}{v_n}\right)$ $(n \in \mathbb{N})$.
   (a) Vérifier que $2 \leq v_1 \leq 4$.
   (b) A l'aide de la question 1, montrer que si $2 \leq v_n \leq 4$ alors $2 \leq v_{n+1} \leq 4$.
   (c) On admet que le terme général v_n vérifie $2 \leq v_n \leq 4$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.
   Exprimer la différence $v_{n+1} - v_n$ en fonction de v_n.
   Etudier le signe de la différence $v_{n+1} - v_n$ en fonction de n.
   En déduire le sens de variation de la suite (v_n).
   (d) Quelle conjecture peut-on former sur la convergence de la suite (v_n) ?

Exercice 3. (5 points)

La suite (d_n) est définie par $\begin{cases} d_0 = 1 \\ d_{n+1} = \sqrt{1 + (d_n)^2} \end{cases}$

1. Calculer les trois premiers termes de la suite.
2. Vérifier que tous les termes d_n sont positifs.
3. Vérifier que la suite (d_n) n'est ni géométrique ni arithmétique.
4. On pose $u_n = (d_n)^2$. Montrer que la suite (u_n) est arithmétique.
5. En déduire l'expression de d_n en fonction de n.
6. Vérifier que pour tout entier naturel n on a : $\sqrt{n} \leq d_n \leq n$. En déduire la limite de la suite (d_n).

1 On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.
Quelle est la probabilité pour que cette carte soit :

a) un as

b) une carte rouge.

c) un as ou une carte rouge.

d) ni un as ni une carte rouge.

2 On jette un dé parfait. Quelle est la probabilité que le nombre obtenu soit :

a) égal à 6 ?

b) distinct de 1 et de 6 ?

c) un nombre pair ?

d) un multiple de 3 ?

3 On jette simultanément un dé bleu et un dé rouge.

a) Quelle est la probabilité pour que le nombre marqué sur le dé bleu soit le double de celui marqué sur le dé rouge ?

b) Quelle est la probabilité pour que la somme des deux nombres marqués soit égale à 5 ?

4 On jette sucessivement deux pièces de monnaie non truquées. Quelle est la probabilité d'avoir :

a) 2 piles ?

b) 2 faces ?

c) 1 pile et 1 face ?

5 p est une probabilité sur Ω={a ;b ;c}.

a) Calculer p({c}) sachant que p({a})=$\frac{1}{8}$ et p({b})=$\frac{1}{3}$.

b) Calculer alors p({a,b}) et p({a ;c})

6 p est une probabilité sur Ω={a ;b ;c ;d}.
Calculer p({a}) et p({b}) sachant que p({a})=3p({b}) et p({c})=p({d})=$\frac{1}{3}$.

7 p est une probabilité sur Ω. A et B sont deux événements de Ω.

On sait que p(A)=0,5 ; p(B)=0,7 ; p(A∩B)=0,4.

Calculer p($\bar{B}$) ; p($\bar{A}$) et p(a∪B).

8 Cinq joueurs A, B, C, D et E organisent un tournoi d'échecs.
On estime que :

- A, B et C ont la même probabilité de gagner.
- D et E ont aussi la même probabilité de gagner.
- A a trois fois plus de chances de gagner que D.

a) Quelle est la probabilité de gagner pour chacun des 5 joueurs ?

b) Quelle est la probabilité que D ou E gagne ?

c) Quelle est la probabilité que A, B ou C gagne ?

9 Sur 100 élèves interrogés au sujet de l'utilisation de deux livres A et B :

- 50 utilisent A.
- 35 utilisent B.
- 10 utilisent A et B.

On prend au hasard un élève, quelle est la probabilité que :

a) il utilise au moins l'un des deux livres ?

b) il n'utilise aucun des deux livres.

c) Il utilise A et n'utilise pas B.

10 Il n'y a que trois douaniers pour surveiller 5 postes frontières A, B, C, D et E.

Chaque jours les trois postes surveillés sont choisis au hasard.

Quelle est la probabilité pour qu'un jour donné, les postes A et B soient libres ?

11 On prépare trois colis différents et trois étiquettes portant les noms des trois destinataires.
On colle au hasard une étiquette sur chaque coli.

Quelle est la probabilité que :

a) les 3 colis arrivent à leur destinataire ?

b) l'un au moins des colis arrive à son destinataire ?

c) aucun coli n'arrive à son destinataire ?

12 On lance trois dés parfait.
Quelle est la probabilité pour que :

a) la somme des points marqués soit égale à 6 ?

b) la somme des points marqués soit inférieure ou égale à 16 ?

c) les trois points marqués soient pairs ?

d) la somme des points marqués soit supérieure ou égale à 20 ?

1 En 2000, la TVA sur les travaux est passée de 19,6% à 5,5%.

Pour la construction d'un mur, M. Machin avait un devis de 14 000F TTC.

Combien devra-t-il payer maintenant compte tenu de la baisse de TVA (on arrondira le résultat au franc près) ?

2 L'entreprise Nostrada SA vend des pierres philosophales. Le tableau ci ?dessous donne (en milliers d'euros) l'évolution de son chiffre d'affaire :

1998	1999	2000	2001
12512	19789	25043	23015

a)Construire le tableau d'indice correspondant au chiffre d'affaires de l'entreprise de 1998 à 2002 (base 100 en 1998).

b)Quel est le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires entre 1998 et 1999 ?

c)Quel est le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires entre 1998 et 2001 ?

d)Quel est le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires entre 2000 et 2001 ?

3 Résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{cases} 2x+y+z=3 \\ x+3y-z=-4 \\ 4x+y+2z=7 \end{cases}$$

4 Le responsable d'une cantine scolaire doit acheter au minimum 70 assiettes plates et 40 assiettes creuses. Deux grossistes proposent :

- l'un, le lot A de 10 assiettes plates et 10 assiettes creuses pour 15 €

- l'autre, le lot B de 20 assiettes plates et 10 assiettes creuses pour 20 €.

On se propose de déterminer le nombre x de lots A et le nombre y de lots B que le responsable doit acheter pour que la dépense soit minimale.

1°)Montrer que les contraintes peuvent se traduire par le système suivant :

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \geq 4 \\ x+2y \geq 7 \end{cases}$$

2°)Déterminer graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées x et y vérifient le système (on hachurera la partie qui ne convient pas) unité du repère : 2cm.

3°)a) Exprimer en fonction de x et y la dépense occasionnée par l'achat de x lots A et de y lots B.

b) Les couples occasionnant une même dépense C sont représentés par une droite (Δ).

Tracer cette droite pour C = 120€.

c) Déterminer graphiquement le point par lequel doit passer la droite (Δ) pour que la dépense soit minimale.

En déduire le nombre de lots A et le nombre de lots B correspondants.

Quelle est alors cette dépense minimale ?

5 Résoudre l'inéquation :

$$\frac{-9x^2+5x+4}{7x^2-4x-3} < 0$$

6 1°) Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

a) Quel est l'ensemble de définition de g ?
b) Calculer $g(\sqrt{2})$ et $g(\sqrt{3}+1)$.
c) Déterminer l'antécédent de $\frac{5}{2}$ par g.
d) Déterminer a et b tels que $g(x) = a + \dfrac{b}{x-1}$.
e) En utilisant une translation et la fonction u : $x \mapsto \frac{b}{x}$, tracer la représentation graphique de g.
f) Résoudre graphiquement : $g(x) = 1$ $g(x) \geq 0$ $g(x) = 2x-1$.

7 Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$f(x) = 2x - 15$

$f(x) = 5x^2 - 15x + 3$

$f(x) = 2x^4 + 5x^3 - 8x^2 + 5x - 8$

$f(x) = \sqrt{x} + \dfrac{5}{x} - \dfrac{1}{x^3}$

$f(x) = (x-2)\sqrt{x}$

$f(x) = (x^3 - 5x^2 + 1)(2x^4 - 6x + 8)$

$f(x) = \dfrac{1}{5x-6}$

$f(x) = \dfrac{3x-5}{2x+4}$

$f(x) = \dfrac{2x^2 - x + 3}{4x^2 - 1}$

$f(x) = (2x-3)^2$

8 Soit la fonction f$(x) = 2x^2 - 5x + 4$.

1°) Calculer la dérivée de f.

2°) Etudier le signe de f'(x).

3°) Etablir le tableau de variation de f.

4°)Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 1.

5°) Tracer la courbe de f.

9 Soit la fonction f$(x) = \dfrac{2x+1}{1-x}$.

1°) Donner l'ensemble de définition de f.

2°) Calculer la dérivée de f.

3°) Etudier le signe de f'(x).

4°) Etablir le tableau de variation de f.

5°) Tracer la courbe de f.

10 Soit la fonction f$(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$.

1°) Calculer la dérivée de f.

2°) Etudier le signe de f'(x).

3°) Etablir le tableau de variation de f.

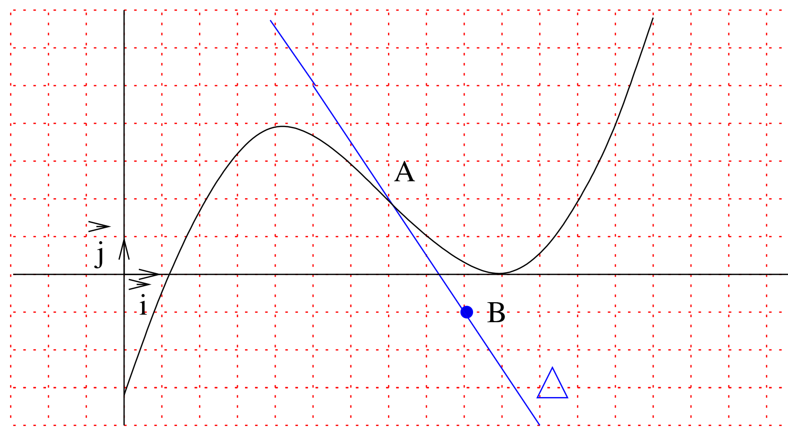
4°) Déterminer l'abscisse des points de la courbe qui admettent une tangente parallèle à la droite d'équation y=2x+1.

4°) Tracer la courbe de f.

11 On considère une fonction définie et dérivable sur I=[0 ;14].

Sa représentation graphique est la courbe C ci-dessous.

Elle passe par le point A(7 ;2), et la tangente en A à C est la droite Δ qui passe par le point B(9 ;−1).



1°) Par lecture graphique :

a) Dresser le tableau de variation de f. Indiquer le signe de f'(x) sur I.

b) Donner le nombre de solution de l'équation f(x)=−2 sur I.
Indiquer un encadrement de ces solutions à l'unité près. (Justifier).

c) Donner l'ensemble des réels tels que $0 \leq f(x) \leq 2$.

2°) Que valent f(7) et f'(7) ?
En déduire l'équations de la tangente à la courbe au point d'abscisse 7.